第４講・式の計算④ 複雑な因数分解

要点整理

１　複雑な因数分解を考える順序

(1)　共通因数がないか調べる

(2)　公式をつかえないか考える

(3)　１つの文字について式を整理する

　　カタマリを見つけて考える

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 1　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$ab-2a-3b+6$

(2)　$x^2-6x+9-9y^2$

(3)　$a^2-b^2+4bc-4c^2$

(4)　$xy+2yz-xz-y^2-z^2$

(5)　x^2-x-y^2+y

(6)　$x^2+2xy+y^2-2x-2y+1$

例題 2

同じ大きさの正方形のタイルが，ある長方形の床にすき間なくしきつめられている。この床の縦には偶数枚のタイルが，横には縦より2枚多い数のタイルが並べられている。しきつめられているタイルの枚数より1枚多い数のタイルを全部使って，ある正方形の床にしきつめていくと，タイルが1辺に奇数枚並ぶようにすき間なくしきつめることができる。このわけを文字式を使って説明せよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

4－1　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$4x^2-y^2+2y-1$

(2)　x^2-4y^2+8y-4

(3)　$a^2-ab+2a+b-3$

(4)　a^2-ac-b^2+bc

(5)　$x^2y^2-4x^2-y^2+4$

(6)　$x^2-4xy+4y^2+x-2y-2$

4－2

x^2+nx+6 が $(x+a)(x+b)$ の形に因数分解できるような正の整数 n は全部で何個あるか。ただし，a，b は整数とする。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第４講・確認テスト

［1］　次の式を因数分解しなさい。

（1）　$xy+2x-3y-6=(x-$ ア $)(y+$ イ $)$

（2）　$a^2+9b^2-6ab-16=(a-$ ウ $b+$ エ $)(a-$ オ $b-$ カ $)$

（3）　$9a^2-16b^2+40b-25$

$=($ キ $a+$ ク $b-$ ケ $)($ キ $a-$ ク $b+$ ケ $)$

（4）　$4x^2-4x-9y^2-6y=($ コ $x+$ サ $y)($ シ $x-$ ス $y-$ セ $)$

（5）　$a^2+2ab-2a-14b-35=(a-$ ソ $)(a+$ タ $b+$ チ $)$

（6）　$9x^2-12xy+4y^2-3x+2y-6$

$=($ ツ $x-$ テ $y+$ ト $)($ ナ $x-$ ニ $y-$ ヌ $)$

［2］　次の問いに答えなさい。

（1）　$a^2-b^2=27$ となる自然数 a，b の値は，$(a, b)=($ ネ ， ノ $)$，

（ ハヒ ， フヘ ）である。

（2）　$a^3-4a=315$ となる自然数 a は，$a=$ ホ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第4講・式の計算④ 複雑な因数分解

例題 1

(1) $(a-3)(b-2)$

(2) $(x+3y-3)(x-3y-3)$

(3) $(a+b-2c)(a-b+2c)$

(4) $(y-z)(x-y+z)$

(5) $(x-y)(x+y-1)$

(6) $(x+y-1)^2$

解説

(2) 3項と1項に分け，

与式 $=(x^2-6x+9)-9y^2=(x-3)^2-(3y)^2=(x-3+3y)(x-3-3y)$

(4) 低い次数の文字 x で整理する。

与式 $=(xy-xz)+2yz-y^2-z^2=x(y-z)-(y-z)^2=(y-z)\{x-(y-z)\}=(y-z)(x-y+z)$

(5) 与式 $=(x^2-y^2)-x+y=(x+y)(x-y)-(x-y)$

$=(x-y)(x+y-1)$

(6) 与式 $=(x^2+2xy+y^2)-2x-2y+1=(x+y)^2-2(x+y)+1$

$=\{(x+y)-1\}^2=(x+y-1)^2$

例題 2

説明 n を自然数とすると，長方形の床の縦，横に並ぶタイルの枚数はそれぞれ $2n$ 枚，$(2n+2)$ 枚だから，この床のタイルの枚数より1枚多いタイルの枚数は，$2n(2n+2)+1=4n^2+4n+1=(2n+1)^2$（枚）となり，$n$ は自然数なので，$2n+1$ は奇数。

よって，タイルが1辺に奇数枚並ぶように正方形の床にすき間なくしきつめることができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4-1

(1)　$(2x+y-1)(2x-y+1)$　　(2)　$(x+2y-2)(x-2y+2)$

(3)　$(a-1)(a-b+3)$　　(4)　$(a-b)(a+b-c)$

(5)　$(x+1)(x-1)(y+2)(y-2)$　　(6)　$(x-2y+2)(x-2y-1)$

解説

(1)　1項と3項に分け，

与式 $=4x^2-(y^2-2y+1)=(2x)^2-(y-1)^2=\{2x+(y-1)\}\{2x-(y-1)\}$

(2)　1項と3項に分け，

与式 $=x^2-(4y^2-8y+4)=x^2-4(y-1)^2=\{x+2(y-1)\}\{x-2(y-1)\}$

(3)　低い次数の文字 b で整理する。

与式 $=(-ab+b)+(a^2+2a-3)=-b(a-1)+(a+3)(a-1)=(a-1)(-b+a+3)$

(4)　低い次数の文字 c で整理する。

与式 $=(-ac+bc)+(a^2-b^2)=-c(a-b)+(a+b)(a-b)=(a-b)(-c+a+b)$

(5)　x^2 でくくる。(y^2 でもよい。)

与式 $=x^2(y^2-4)-(y^2-4)=(y^2-4)(x^2-1)=(x+1)(x-1)(y+2)(y-2)$

(6)　与式 $=(x^2-4xy+4y^2)+(x-2y)-2=(x-2y)^2+(x-2y)-2$

$=\{(x-2y)+2\}\{(x-2y)-1\}$

4-2

2個 ($n=5,\ 7$)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第４講・確認テスト

[1]　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$xy+2x-3y-6=(x-$ ア $)(y+$ イ $)$

(2)　$a^2+9b^2-6ab-16=(a-$ ウ $b+$ エ $)(a-$ オ $b-$ カ $)$

(3)　$9a^2-16b^2+40b-25$

$=($ キ $a+$ ク $b-$ ケ $)($ キ $a-$ ク $b+$ ケ $)$

(4)　$4x^2-4x-9y^2-6y=($ コ $x+$ サ $y)($ シ $x-$ ス $y-$ セ $)$

(5)　$a^2+2ab-2a-14b-35=(a-$ ソ $)(a+$ タ $b+$ チ $)$

(6)　$9x^2-12xy+4y^2-3x+2y-6$

$=($ ツ $x-$ テ $y+$ ト $)($ ナ $x-$ ニ $y-$ ヌ $)$

[2]　次の問いに答えなさい。

(1)　$a^2-b^2=27$ となる自然数 a，b の値は，$(a, b)=($ ネ ，ノ $)$，$($ ハヒ ，フヘ $)$ である。

(2)　$a^3-4a=315$ となる自然数 a は，$a=$ ホ である。

解答

[1]	ア　3	イ　2	ウ　3	エ　4	オ　3	カ　4	キ　3	ク　4
	ケ　5	コ　2	サ　3	シ　2	ス　3	セ　2	ソ　7	タ　2
	チ　5	ツ　3	テ　2	ト　2	ナ　3	ニ　2	ヌ　3	
[2]	ネ　6	ノ　3	ハ　1	ヒ　4	フ　1	ヘ　3	ホ　7	

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解説

［1］

⑴　２項ずつに分け，

与式$=(xy+2x)-(3y+6)=x(y+2)-3(y+2)=(x-3)(y+2)$

⑵　３項と１項に分け，

与式$=(a^2-6ab+9b^2)-16=(a-3b)^2-16=(a-3b+4)(a-3b-4)$

⑶　１項と３項に分け，

与式$=9a^2-(16b^2-40b+25)=9a^2-(4b-5)^2=\{3a+(4b-5)\}\{3a-(4b-5)\}$

⑷　２項ずつに分け，

与式$=(4x^2-9y^2)-(4x+6y)=(2x+3y)(2x-3y)-2(2x+3y)=(2x+3y)(2x-3y-2)$

⑸　与式$=(a^2-2a-35)+(2ab-14b)=(a-7)(a+5)+2b(a-7)=(a-7)(a+2b+5)$

⑹　与式$=(9x^2-12xy+4y^2)-(3x-2y)-6=(3x-2y)^2-(3x-2y)-6$

$=\{(3x-2y)+2\}\{(3x-2y)-3\}$

［2］

⑴　27 を２つの自然数の積で表すと，$27=3\times9$，または 1×27。$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ で，

$a+b>a-b$ より，$\begin{cases}a+b=9\\a-b=3\end{cases}$ のとき，$a=6, b=3$　また，$\begin{cases}a+b=27\\a-b=1\end{cases}$ のとき，

$a=14$，$b=13$

⑵　$a^3-4a=a(a^2-4)=a(a+2)(a-2)=(a-2)\times a\times(a+2)$ より，a^3-4a は２ずつ大きくなる３つの自然数の積で表される。315 を２ずつ大きくなる３つの自然数の積で表すと，$315=3^2\times5\times7=5\times7\times9$ だから，$a=7$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。